

Modélisation de la diffraction d'une couche mince de particules distribuées aléatoirement: modèle asymptotique et simulations numériques

Amandine BOUCART, CEA, CESTA, Le Barp - POEMS, UMA, ENSTA Paris, IPP, Palaiseau
Sonia FLISS, POEMS, UMA, ENSTA Paris, Institut Polytechnique de Paris - Palaiseau
Laure GIOVANGIGLI, POEMS, UMA, ENSTA Paris, Institut Polytechnique de Paris - Palaiseau
Bruno STUPFEL, CEA,CESTA - Le Barp

Nous étudions un problème de diffraction électromagnétique d'une onde plane par un objet inhomogène recouvert d'une couche très fine de petites particules parfaitement conductrices distribuées aléatoirement. Nous cherchons à quantifier l'effet de cette couche sur la Surface Équivalente Radar, c'est-à-dire l'énergie renvoyée dans une certaine direction. La taille des particules, leur distance et l'épaisseur de la couche sont du même ordre mais petites par rapport à la longueur d'onde incidente. Résoudre numériquement les équations de Maxwell dans ce contexte est extrêmement coûteux en termes de taille mémoire et de temps calcul. De plus, nous n'avons pas accès à la distribution exacte des particules sur un objet donné. Pour contourner ces difficultés, nous proposons un modèle effectif à l'aide d'un développement asymptotique multi-échelle de la solution, où la couche de particules et l'objet sont remplacés par une condition limite équivalente. Nous nous plaçons dans le cadre de l'homogénéisation stochastique où la distribution des particules est ergodique et stationnaire [1].

La condition au bord équivalente du modèle effectif fait intervenir des coefficients déterministes qui dépendent de solutions de problèmes de type Laplace définis sur des domaines aléatoires non bornés. Pour simuler numériquement ces solutions [2], 1) nous tronquons le domaine dans la direction de la couche $y_1 \in (-T/2, T/2)$ et nous considérons des conditions périodiques sur les bords latéraux ; 2) nous limitons le domaine dans la direction y_2 par un opérateur DtN sur une frontière fictive. Les coefficients qui apparaissent dans le modèle sont des espérances faisant intervenir ces solutions. Pour les approcher, il est possible de i) prendre la limite quand T tend vers l'infini pour une seule réalisation ; ii) d'appliquer une méthode de Monte Carlo. Il est donc intéressant de jouer sur la taille du domaine T et le nombre de réalisations pour accélérer la convergence des coefficients du modèle. Nous présenterons des simulations numériques qui illustrent l'efficacité de la méthode. Nous étudierons ensuite l'impact de l'épaisseur de la couche sur le coefficient de réflexion pour mettre en évidence un phénomène de percolation.



FIGURE 1 – Représentation de la partie réelle du champ

- [1] A. Gloria. *Numerical approximation of effective coefficients in stochastic homogenization of discrete elliptic equations*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **46(1)**, 1–38, 2012.
- [2] A. Gloria, F. Otto. *Quantitative results on the corrector equation in stochastic homogenization*. Journal of the European mathematical society, **19(11)**, 3489–3548, 2017.