

Propagation des ondes en présence d'un demi-espace périodique : étude du cas où la direction de coupe est quelconque

Pierre AMENOAGBADJI, POEMS (CNRS-INRIA-ENSTA Paris) - Palaiseau

Sonia FLISS, POEMS (CNRS-INRIA-ENSTA Paris) - Palaiseau

Patrick JOLY, POEMS (CNRS-INRIA-ENSTA Paris) - Palaiseau

Cet exposé est consacré à la propagation d'ondes harmoniques en présence d'un milieu bidimensionnel et périodique, coupé suivant une direction quelconque. Plus précisément, fixons $\alpha \in (0, \pi/2)$ et deux demi-plans $\Omega^\pm := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2, \pm(x_1 - x_2 \tan \alpha) > 0\}$. On cherche à résoudre

$$-\operatorname{div} \mathbf{A}(x) \nabla u(x) - \rho(x) \omega^2 u(x) = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad (1)$$

où le terme source $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ est à support compact, et où le tenseur $\mathbf{A} \in L^\infty(\mathbb{R}^2; \mathbb{R}^{2 \times 2})$ et le coefficient $\rho \in L^\infty(\mathbb{R}^2)$, en plus de satisfaire les conditions d'ellipticité usuelles, sont **constants** dans Ω^- et **1-périodiques** dans Ω^+ . On suppose par ailleurs le milieu absorbant, ce qui se traduit par la condition $\Im m \omega > 0$. Si $\tan \alpha$, la pente de l'interface $\Sigma := \overline{\Omega^-} \cup \overline{\Omega^+}$, est un nombre rationnel, alors le milieu est périodique le long de l'interface, et si $\tan \alpha$ est irrationnel, alors il est dit **quasi-périodique**.

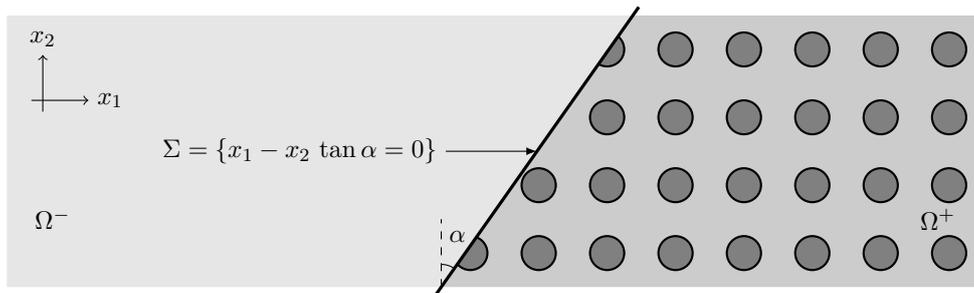


FIGURE 1 – Configuration du problème.

Une méthode numérique pour résoudre (1) a été développée dans [2] si $\tan \alpha$ est rationnel. Dans ce cas, puisque \mathbf{A} et ρ sont périodiques le long de Σ , une transformée de Floquet-Bloch peut être appliquée dans la direction de l'interface, réduisant (1) à une famille de problèmes de demi-guide paramétrés par la variable de Floquet. Lorsque $\tan \alpha$ est irrationnel, la méthode précédente ne fonctionne plus, et à notre connaissance, aucune autre méthode n'a été proposée jusqu'à présent. Récemment, l'approche tirée de [3, 1] et consacrée à l'analyse théorique de problèmes d'homogénéisation a attiré notre attention. Elle consiste à relever l'EDP elliptique à coefficients quasi-périodiques et posée dans \mathbb{R}^n en une EDP posée en dimension supérieure, à coefficients périodiques, mais dégénérée (dans le sens où la partie principale de l'opérateur différentiel est non-elliptique). Il semble néanmoins que cette approche n'ait jamais été exploitée à des fins numériques, ou encore pour des problèmes de propagation d'ondes. Notre objectif est précisément de la développer dans ce cadre pour le problème (1). Des résultats numériques comparant notamment la méthode au cas rationnel ou au cadre de l'homogénéisation seront montrés.

- [1] X. Blanc, C. Le Bris, P.-L. Lions. *Local profiles for elliptic problems at different scales : defects in, and interfaces between periodic structures*. Commun. in Partial Differential Equations, 2015.
- [2] S. Fliss, E. Cassan, D. Bernier. *Computation of light refraction at the surface of a photonic crystal using DtN approach*. Journal of the Optical Society of America B, **27(7)**, 1492–1503, 2010.
- [3] D. Gérard-Varet, N. Masmoudi. *Homogenization and boundary layers*. Acta mathematica, **209(1)**, 133–178, 2012.