Etude d'un produit nonconservatif pour un modèle de spray épais

Victor FOURNET, LJLL, Sorbonne Université - Paris

Dans le cadre des mes travaux de thèse sous la supervision de Christophe Buet et Bruno Després, on s'intéresse à un modèle d'intéraction fluide particules de type Euler-Vlasov dit de "spray épais" [1, 2]. La partie fluide de ce système admet une formulation conservative. En revanche la partie Vlasov n'en admet pas, se pose alors la question de la définition des solutions faibles pour un tel système. Une première approche naturelle est d'étudier uniquement l'équation de Vlasov en 1D sans friction. En supposant que la pression p a la forme d'une onde progressive, le modèle-jouet s'écrit

$$\begin{cases} \partial_t f + v\partial_x f - \partial_x p_\varepsilon \partial_v f = 0 \\ p_\varepsilon(x,t) = p\left(\frac{x-\sigma t}{\varepsilon}\right). \end{cases}$$

On peut étudier le produit nonconservatif $\partial_x p_\varepsilon \partial_v f$ avec la théorie proposée par Dal Maso-Le Floch-Murat [3], cependant on montre que cette théorie n'est pas satisfaisante au sens où elle ne permet pas de retrouver des solutions physiques simples.
Une approche mieux adaptée en théorie consiste à étudier l'équation après transformation de Laplace et d'étudier des relations de saut sur f à travers un choc dans la limite $\varepsilon \to 0$. Même si cette approche permet d'obtenir une représentation intégrale des solutions, il n'est pas possible d'identifier des relations de saut simples pour les solutions faibles.
Pour remédier à ces problèmes mathématiques, on propose une modification du modèle au moyen d'une technique de convolution compatible avec la physique.

[1] L. Boudin, L. Desvillettes, R. Motte. *A modeling of compressible droplets in a fluid.* Commun. Math. Sci., **1(4)**, 657–669, 2003.

[2] C. Buet, B. Després, L. Desvillettes. *Linear stability of thick sprays equations*, 2021. Working paper or preprint.

[3] G. D. Maso, P. L. Floch, F. Murat. *Definition and weak stability of nonconservative products.* Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, **74**, 483–548, 1995.

Contact : `victor.fournet@etu.sorbonne-universite.fr`