

## Vers une analyse numérique de la méthode de Boltzmann sur réseau

Benjamin GRAILLE, Université Paris-Saclay - Orsay

Marc MASSOT, Centre de Mathématiques Appliquées - Ecole Polytechnique

Les schémas de Boltzmann sur réseau ont pendant de longues années été utilisés de manière fructueuse par les mécaniciens, les physiciens et se sont révélés avoir de très bonnes qualités de précision et de rapidité. Nous pouvons noter ces dernières années de nouveaux succès de cette approche numérique : calcul sur des processeurs graphiques (Tölke, Obrecht), modèles pour la magnéto-hydrodynamique (Dellar), modèle pour les milieux poreux (Talon), modèle pour l'aéro-dynamique et l'aéro-acoustique (Sengissen et al., proLB), montée en Mach (Dubois). La communauté « Boltzmann sur réseau » fait preuve d'une grande créativité pour enrichir cette méthode numérique et la rendre plus efficace pour des applications particulières : schémas entropiques (Karlin), les schémas recentrés en vitesse (Geier, Février), la méthode de régularisation (Malespinas) ou les schémas vectoriels (Dubois, Graille). Des questions mathématiques fondamentales se posent naturellement pour les schémas existants devenus classiques, certaines ont reçues des réponses, d'autres nécessitent encore des développements.

- L'analyse asymptotique de ces schémas lorsque les pas de temps et d'espace tendent vers 0 a été initiée à la fin des années 2000 avec la notion d'équations équivalentes (Dubois) ou de développements de Chapman-Enskog.

- Les notions de consistence, de stabilité et de convergence, outils d'analyse numérique essentiels pour assurer une base théorique solide, commencent à se dessiner en utilisant des liens avec les schémas plus classiques de type différences finies (Bellotti).

- Le traitement des conditions aux limites fait également l'objet d'un travail de recherche important car celles-ci doivent être construites de manière *ad hoc* lorsque le schéma volumique est choisi. Un traitement fin de la géométrie permet de garantir l'ordre de ces conditions sur des maillages cartésiens (Bouzidi, Ginzburg).

Ce mini-symposium est consacré aux récents développements de méthodes d'analyse numérique adaptées aux schémas de Boltzmann sur réseau. Une meilleure compréhension de ces schémas a permis en particulier d'utiliser des outils développés antérieurement pour d'autres méthodes et d'obtenir des résultats intéressants (liens avec les schémas de relaxation ou les schémas de différences finies). Les développements qui étaient autrefois uniquement formels prennent alors un sens précis et des résultats de convergence apparaissent pour des solutions faibles ou des solutions régulières. Ce mini-symposium est une opportunité pour les spécialistes de la méthode de Boltzmann sur réseau de se rencontrer et de discuter. C'est aussi une occasion pour les numériciens non spécialistes de la méthode d'en comprendre les enjeux et éventuellement d'initier des discussions pour développer une analyse numérique propre à ces schémas. Les orateurs prévus pour ce mini-symposium sont :

- Thomas BELLOTTI (CMAP, Ecole Polytechnique) *Consistency and stability for lattice Boltzmann schemes*;
- Paul DELLAR (OCIAM, Oxford University) *The discrete divergence-free condition in lattice Boltzmann magnetohydrodynamics : an approach inspired by data*;
- François DUBOIS (Conservatoire National des Arts et Métiers) *Asymptotic analysis of boundary conditions for Lattice Boltzmann schemes*;
- Irina GINZBURG (INRAE, Université Paris-Saclay) *Unified directional parabolic-accurate Lattice Boltzmann boundary schemes for grid-rotated narrow gaps and curved walls in creeping and inertial fluid flows*.