

Modélisation mathématique du mouvement collectif dans les épithéliums

Nathan SHOURICK, LJK & TIMC - Grenoble Ibrahim CHEDDADI, TIMC - Grenoble

Hélène DELANOË-AYARI, ILM - Lyon François GRANER, MSC - Paris Pierre SARAMITO, LJK - Grenoble

Les cellules et leur environnement constituent une matière active à l'origine de dynamiques complexes, par exemple lors du développement embryonnaire, de la croissance d'une tumeur ou d'un processus de cicatrisation. Dans une approche interdisciplinaire, combinant mathématiques et biophysique, nous nous intéressons à la modélisation mathématique du mouvement collectif dans les épithéliums, tissus constitués d'une monocouche de cellules, qui peuvent être le siège de telles dynamiques.

Les expériences montrent qu'un tissu est en grandes déformations non-bornées dès lors que les cellules qui le constituent changent de voisins pour modifier sa forme ou pour migrer au loin. Ainsi, celui-ci pourrait être fidèlement décrit comme un fluide viscoélastique. Chaque cellule possède en outre une polarité, c'est-à-dire une direction privilégiée pour exercer des forces et se déplacer, qui a tendance à s'aligner localement avec celle des cellules voisines. C'est de cet alignement entre voisins qu'émergerait, comme dans le cas d'un vol d'étourneau ou d'un banc de poissons, la migration cellulaire collective observée expérimentalement. La modélisation continue permet de passer à l'échelle d'un grand nombre d'acteurs et pourrait permettre de comprendre la façon dont apparaissent ces mouvement collectifs : pour ces tissus biologiques, elle est donc un enjeu important. Le couplage entre viscoélasticité et polarité sera en particulier discuté.

Nous présenterons donc un modèle mathématique continu tridimensionnel, purement mécanique, garantissant le deuxième principe de la thermodynamique. La méthode consistera à déterminer une énergie libre de Helmholtz ψ et un potentiel de dissipation Φ , à partir desquels il sera possible d'en déduire les équations constitutives régissant le comportement de l'épithélium. Leur écriture se fera à l'aide de principes issus de la théorie des gels actifs, elle-même basée sur la théorie des cristaux liquides, théories qui permettent d'introduire un champ non mécanique partageant les caractéristiques attendues de la polarité. Les conditions aux limites fermeront le problème et permettront de formaliser l'interaction des cellules avec le substrat, notamment à travers les forces qu'elles y exercent.

Nous justifierons finalement la nécessité d'une réduction du problème à un système bidimensionnel dans le plan horizontal du substrat. Pour cela, nous exploiterons le faible rapport d'aspect épaisseur du tissu sur longueur du substrat ϵ et conserverons la limite du système tridimensionnel, lorsque ce paramètre tend vers 0, comme modèle final. La présentation se terminera par des résultats numériques préliminaires à la simulation de l'étalement d'un épithélium.