

Homogénéisation stochastique et périodique

Marc JOSIEN, CEA - Cadarache

Nicolas CLOZEAU, IST Austria - Klosterneuburg

Née au XIX^{ème} siècle, avec les travaux pionniers de Maxwell [4] et Clausius [2], l'étude des systèmes hétérogènes multiéchelles vise à une compréhension du comportement macroscopique d'un objet complexe via la description de phénomènes plus fondamentaux agissant à l'échelle de la microstructure. En général, le processus de "remontée d'échelles" du microscopique vers le macroscopique –ou *homogénéisation*– est complexe (il s'agit rarement d'une simple "moyennisation") : il est gourmand en ressources numériques, et il est particulièrement ardu à justifier mathématiquement et à quantifier.

Ainsi, la théorie mathématique de l'homogénéisation n'a réellement pris son essor qu'à partir des années 70, notamment avec les travaux de Murat et Tartar [5] dans le cadre périodique et ceux de Papanicolaou et Varadhan [6] pour le cadre stochastique. Longtemps purement qualitatif, c'est au cours de la dernière décennie que le processus d'homogénéisation stochastique a pu être quantifié finement, notamment grâce aux travaux de Gloria, Neukamm et Otto [3] et à ceux d'Armstrong, Mourrat et Kuusi [1].

L'objet de ce mini-symposium est de proposer des regards croisés sur l'homogénéisation, avec des contributions allant de la théorie au numérique. Les différents orateurs y présenteront des résultats variés, tant sur la nature de l'équation étudiée (linéaire ou non, statique, dynamique ou ondulatoire...), sur le type de microstructures (périodiques ou non, aléatoires...), que sur les méthodes employées.

Les orateurs sont :

- Laure GIOVANGIGLI (ENSTA) : *Homogenization of a thin layer of randomly distributed nanoparticles : effective model and error estimates.*
- Rémi GOUDEY (CERMICS) : *Homogénéisation elliptique pour une classe de potentiels oscillants non périodiques.*
- Alexandre GIRODOUX-LAVIGNE (IMJ-PRG) : *Homogenization of stiff inclusions through network approximation.*
- Marc JOSIEN (CEA) : *Microstructures et géométrie macroscopique, défauts, interfaces et coins.*
- Azdine NAIT-ALI (ISAE ENSMA) : *TBA*
- Jules PERTINAND (LJLL) : *A fixed-point approach for Clausius-Mossotti formulas.*
- Marie TOUBOUL (University of Manchester) : *Low-amplitude transient elastic waves in a 1D periodic array of non-linear interfaces : homogenization and time-domain simulations.*
- Sylvain WOLF (LJLL) : *Homogénéisation non-linéaire dans un cadre périodique avec défauts.*

Références

- [1] S. Armstrong, T. Kuusi, and J.-C. Mourrat. *Quantitative stochastic homogenization and large-scale regularity*, volume 352. Springer, 2019.
- [2] R. Clausius. *Die mechanische behandlung der electricität*, volume 2. Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn, 1879.
- [3] A. Gloria, S. Neukamm, and F. Otto. A regularity theory for random elliptic operators. *Milan journal of mathematics*, 88(1) :99–170, 2020.
- [4] J. C. Maxwell. *A treatise on electricity and magnetism*, volume 1. Clarendon press, 1873.
- [5] F. Murat and L. Tartar. *Calculus of variations and homogenization*. Springer, 1997.
- [6] G. C. Papanicolaou and S. R. S. Varadhan. Boundary value problems with rapidly oscillating random coefficients. In *Random fields, Vol. I, II (Esztergom, 1979)*, volume 27 of *Colloq. Math. Soc. János Bolyai*, pages 835–873. North-Holland, Amsterdam-New York, 1981.

Contact : nicolas.clozeau@ist.ac.at