Calcul de cœur de réacteur nucléaire en 3 dimensions par la méthode des harmoniques sphériques et les éléments finis discontinus

Kenneth ASSOGBA, SERMA, CEA - Gif-sur-Yvette
Lahbib BOURHRARA, SERMA, CEA - Gif-sur-Yvette
Grégoire ALLAIRE, CMAP, Ecole Polytechnique - Palaiseau

La capacité de modéliser et simuler le transport des neutrons dans la matière est un enjeu crucial pour la conception et le suivi des réacteurs nucléaires. Dans ce travail, la première approximation consiste à faire à un développement tronqué du flux de neutrons sur la base des harmoniques sphériques : c'est la méthode $\mathrm{P_N}$. Cette approximation est couplée à la méthode de Galerkin Discontinue (GD) en espace [2], et permet de prendre en compte aisément les maillages non-structurés, non-conformes avec des éléments courbes. L'objectif de ce travail est d'étudier et mettre en œuvre une méthode numérique basée sur les méthodes GD et $\mathrm{P_N}$ pour le calcul de transport en 3 dimensions. La géométrie d'un réacteur étant constitué d'un empilement axialement conforme de couches successives, nous utilisons au maximum les méthodes déjà développées pour les géométries 2D [1]. Un accent particulier est mis sur le temps de calcul et l'empreinte mémoire. De plus le solveur développé doit être suffisamment polyvalent pour adresser aussi bien le calcul d'un cœur que le calcul d'assemblage de crayons combustibles.
Dans l'espace des phases $X = D \times \mathbf{S}^2$ avec un flux entrant f par le de bord $\Gamma_- = \partial D \times \mathbf{S}^2_-$, le flux angulaire $u = u(x, \omega)$ est solution de l'équation de transport

$$\omega \cdot \nabla u + \sigma u = q \quad \text{dans } X \tag{1a}$$

$$u = f \quad \text{sur} \quad \Gamma_- \tag{1b}$$

où σ désigne la section efficace totale et q une source de neutrons. Après construction d'un espace d'approximation V_h de dimension finie, le problème discret consiste à : trouver $u \in V_h$ tel que $\tilde{a}(u, v) = \tilde{L}(v), \ \forall v \in V_h$. Avec

$$\tilde{a}(u, v) = \sum_r \int_{X_r} \left(\frac{1}{\sigma}(\omega \cdot \nabla u)(\omega \cdot \nabla v) + \sigma u v \right) + \int_{\Gamma_+} uv(\omega \cdot n) + \sum_{F \in \mathcal{F}_h^i} \int_{F \times \mathbf{S}^2} u^{\uparrow}[[v]] \tag{2}$$

$$\tilde{L}(v) = \sum_r \int_{X_r} q \left(v + \frac{1}{\sigma}(\omega \cdot \nabla v) \right) - \int_{\Gamma_-} f v(\omega \cdot n). \tag{3}$$

Le flux amont est noté $u^{\uparrow}$ et $[[\cdot]]$ est le saut sur une interface $F \in \mathcal{F}_h^i$. La somme $\sum_r$ désigne la somme sur les éléments D_r du maillage et $X_r = D_r \times \mathbf{S}^2$.
Afin de valider l'implémentation en 3 dimensions, une série de tests a été menée sur différents problèmes issus de la littérature, avec ou sans homogénéisation spatiale. Les résultats montrent que la méthode permet d'obtenir une erreur faible et similaire à celle d'un solveur utilisant la méthode des caractéristiques. D'autre part, tous les calculs (même d'ordre élevé) rentrent dans la mémoire d'une station de travail standard et une erreur raisonnable peut être obtenue en moins de 10 minutes.

[1] L. Bourhrara. *A new numerical method for solving the Boltzmann transport equation using the PN method and the discontinuous finite elements on unstructured and curved meshes.* Journal of Computational Physics, **397**, 2019.

[2] W. Reed, T. Hill. *Triangular mesh methods for the neutron transport equation.* Los Alamos Scientific Laboratory, Technical Report, 1973.

Contact : `kenneth.assogba@cea.fr`