

Une méthode d'interface immergée pour résoudre le problème de Stokes de manière robuste par rapport à un saut de pression

Daniele CORTI, INRIA/LJLL - Paris

Guillaume DELAY, LJLL - Paris

Miguel FERNÁNDEZ, INRIA/LJLL - Paris

Fabien VERGNET, INRIA/LJLL - Paris

Marina VIDRASCU, INRIA/LJLL - Paris

La résolution numérique de problèmes d'interaction fluide-structure comporte de nombreuses difficultés. Parmi celles-ci, on peut citer la déformation du domaine fluide au cours du temps, la gestion du couplage entre le fluide et la structure, ainsi que de potentiels contacts mécaniques entre structures. Pour une résolution par éléments finis, la méthode classique pour gérer l'évolution du domaine fluide au cours du temps consiste à déformer le maillage à chaque pas de temps [4]. Cependant cette méthode n'est pas efficace lorsqu'il faut déformer le maillage de manière trop importante, en particulier lorsque différentes structures entrent en contact. Dans ce cas, une méthode d'interface immergée semble être plus adaptée et permet de conserver le même maillage pour toute la simulation.

Cette dernière méthode comporte d'autres inconvénient. Par exemple, certaines propriétés de conservation de masse, qui sont assurées lorsque le maillage s'appuie sur l'interface, ne le sont plus nécessairement. De plus, on ne peut pas imposer des conditions de Dirichlet de manière forte sur cette interface. Une conséquence est que la solution obtenue pour la variable vitesse est plus sensible aux sauts de pression à travers l'interface.

Ce travail constitue une première étape vers la résolution numérique d'un problème d'interaction fluide-structure modélisant des valves cardiaques. Nous nous concentrons sur la méthode de résolution du fluide et nous considérons donc le problème de Stokes stationnaire avec une interface (représentant une valve). Nous proposons une méthode d'interface immergée. Pour imposer précisément les conditions de Dirichlet, nous utilisons un multiplicateur de Lagrange. De plus, nous ajoutons une contrainte scalaire pour préserver la masse du fluide à l'intérieur de chaque sous-domaine délimité par l'interface. Cette contrainte a déjà été considérée dans [3]. Ces deux ajouts permettent d'obtenir une bonne solution pour la variable vitesse malgré de forts sauts de pression.

Pour limiter le coût de résolution, nous nous contentons d'une méthode d'ordre bas P1-P1-P1 (vitesse-pression-multiplicateur). De plus, nous ne dédoublons pas les degrés de libertés dans chaque maille coupée (contrairement aux méthodes XFEM). La stabilité de ce schéma est garantie par l'ajout de termes de stabilisation : Brezzi–Pitkäranta [2] pour la pression et Barbosa–Hughes [1] pour le multiplicateur de Lagrange.

Nous présentons une analyse de ce schéma ainsi que des simulations numériques. Nous mettons en évidence le fait que l'ajout de cette contrainte permet de nettement améliorer la qualité de la solution.

- [1] H. Barbosa, T. Hughes. *The finite element method with Lagrange multipliers on the boundary : circumventing the Babuška-Brezzi condition*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., **85**(1), 1991.
- [2] F. Brezzi, J. Pitkäranta. *On the stabilization of finite element approximations of the Stokes equations*. In *Efficient solutions of elliptic systems*, vol. 10. Friedr. Vieweg, Braunschweig, 1984.
- [3] T. Hisada, T. Washio. *Mathematical considerations for FSI simulations of heart valves (in japanese)*. Bulletin of the Japan Society for Industrial and Applied Mathematics, **16**(2), 2016.
- [4] H. Hu, N. Patankar, M. Zhu. *Direct numerical simulations of fluid-solid systems using the arbitrary Lagrangian-Eulerian technique*. J. Comput. Phys., **169**(2), 2001.