

Preuve formelle et calcul numérique

Guillaume MELQUIOND, Université Paris Saclay - Inria, LMF

Le rôle principal d'un assistant de preuve comme Coq est de vérifier dans ses moindres détails une preuve écrite par l'utilisateur dans un langage formel. L'utilisation d'un tel outil offre un degré de confiance inégalé dans les théorèmes énoncés, au prix d'un gros travail de la part de l'utilisateur. Bien que cette approche soit généralement réservée aux raisonnements symboliques, nous verrons dans cet exposé qu'il est aussi possible de formaliser des raisonnements mathématiques qui s'appuient sur des calculs numériques. Cela se fait en construisant progressivement des algorithmes à partir des briques élémentaires et à vérifier formellement leur correction : arithmétique entière, arithmétique à virgule flottante [1], arithmétique d'intervalle [4], modèles de Taylor [3]. Une fois tout cela formalisé, il devient possible d'utiliser Coq, non plus comme un assistant de preuve, mais comme un outil de calcul formel : calcul numérique d'intégrales propres ou impropres [2], tracé de courbes [5], etc.

- [1] S. Boldo, G. Melquiond. *Computer Arithmetic and Formal Proofs*. ISTE Press – Elsevier, 2017.
- [2] A. Mahboubi, G. Melquiond, T. Sibut-Pinote. *Formally verified approximations of definite integrals*. *Journal of Automated Reasoning*, **62(2)**, 281–300, 2019. doi :10.1007/s10817-018-9463-7.
- [3] É. Martin-Dorel, G. Melquiond. *Proving tight bounds on univariate expressions with elementary functions in Coq*. *Journal of Automated Reasoning*, **57(3)**, 187–217, 2016. doi :10.1007/s10817-015-9350-4.
- [4] G. Melquiond. *Proving bounds on real-valued functions with computations*. In A. Armando, P. Baumgartner, G. Dowek, eds., *4th International Joint Conference on Automated Reasoning*, vol. 5195 of *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pp. 2–17. Sydney, Australia, 2008. doi : 10.1007/978-3-540-71070-7_2.
- [5] G. Melquiond. *Plotting in a formally verified way*. In J. Proença, A. Paskevich, eds., *6th Workshop on Formal Integrated Development Environment*, vol. 338 of *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science*, pp. 39–45, 2021. doi :10.4204/EPTCS.338.6.