Analyse de sensibilité pour la thermohydrodynamique: analyse d'incertitude et estimation des paramètres

Nathalie NOUAIME, LMSF - Paris
Bruno DESPRÉS, LJLL - Paris
Maria Adela PUSCAS, LMSF - Paris
Camilla FIORINI, CNAM - Paris

L'analyse de sensibilité est une méthode qui permet de mesurer comment l'impact des incertitudes d'une ou plusieurs variables d'entrée peut conduire à des incertitudes sur les variables de sortie. Dans les modèles thermohydrodynamiques, plus précisément les équations de Navier-Stokes couplées avec l'équation de la chaleur sur lesquelles nos études sont basées, l'analyse de sensibilité peut être utilisée pour déterminer comment la réponse du modèle en un point est affectée par une modification des conditions initiales ou aux limites, ou de tout autre paramètre physique. Notre projet est basé sur un travail récent [1] dans lequel les variations de température n'étaient pas prises en compte. Ce travail a permis de donner à l'aide d'une analyse de quantification des incertitudes, des estimations de premier ordre de la moyenne et de la variance de la solution des équations de Navier Stokes lorsque certains paramètres sont incertains, puis d'utiliser la variance estimée pour calculer les intervalles de confiance. Ces méthodes de propagation de l'incertitude basées sur l'analyse de sensibilité sont très avantageuses en temps de calcul et peuvent être utilisées à la place d'un grand nombre de simulations Monte Carlo. Soit le domaine $\Omega = (0, l)^2$ avec $l \in \mathbb{R}^{*+}$, on considère les équations de Navier-Stokes et la loi de conservation de l'énergie sur ce domaine avec les conditions aux limites correspondantes :

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{u}.\nabla)\mathbf{u} + \dfrac{1}{\rho}\nabla p = -\beta(T - T_0)g & \Omega, t > 0, \\ \nabla.\mathbf{u} = 0 & \Omega, t > 0, \\ \partial_t T - \dfrac{\lambda}{\rho c_p}\Delta T + \mathbf{u}.\nabla T = 0 & \Omega, t > 0, \\ \mathbf{u} = 0 & \partial\Omega, t > 0, \\ \mathbf{u}(x, 0) = 0 & \Omega, t = 0 \\ \nabla T.n = 0 & \Gamma_N, t > 0 \\ T = f(x) & \Gamma_D, t > 0 \end{cases} \tag{1}$$

avec $\mathbf{u} = (u^x, u^y)^t$ la vitesse, p la pression, ρ la densité, $g = (0, -9.81)^t$ la gravité et T la température. Les coefficients ν et λ sont respectivement , la viscosité du fluide et le paramètre de diffusion de la température, c_p la capacité thermique. Tout d'abord, nous différencierons notre modèle d'état (1), par rapport au paramètre d'intérêt, ce qui fournit un système de sensibilité analytique. Nous présenterons des estimations de stabilité pour l'état et la sensibilité. Dans un second temps, nous discrétiserons les deux systèmes dans un cadre de volumes éléments finis (VEF) [2] qui est bien adapté au code open-source TrioCFD [3] à l'aide duquel les simulations numériques de ce projet seront effectuées.

Références

[1] C. Fiorini, B. Després, and M. A. Puscas. Sensitivity equation method for the Navier–Stokes equations applied to uncertainty propagation. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2020.

[2] P. E. Angeli, M. A. Puscas, G. Fauchet, and A. Cartalade. FVCA8 Benchmark for the Stokes and Navier–Stokes equations with the TrioCFD code - Benchmark session. In International Conference on Finite Volumes for Complex Applications, pages 181–202. Springer, 2017.

[3] https://triocfd.cea.fr/

Contact : nathalie.nouaime@cea.fr