Un solveur de Poisson d'ordre quelconque et en dimension quelconque en raffinement de maillage adaptatif

Erwan DERIAZ, Institut Jean Lamour - Nancy

Dans cet exposé on propose une méthode numérique pour résoudre l'équation de Poisson dans un maillage raffiné, en dimension d et à l'ordre $2p$ de précision, pour des entiers d et p arbitrairement grands. Cette méthode repose sur un raffinement de maillage centré sur les points, sur l'interpolation, sur des schémas aux différences finis compacts originaux [3] et sur un algorithme multigrille très proche des méthodes multigrilles d'origine [4].
Cet algorithme multigrille est implémenté dans une structure d'arbre entièrement–connectée programmée en C. Comparés aux autres solveurs de Poisson de l'état de l'art [1], les solveurs de type géometrique comme celui-ci donnent de bons résultats en ce qui concerne le temps de calcul et la précision, similaires à ceux des Méthodes Multipôles Rapides et meilleurs que ceux des méthodes multigrilles algébriques. La méthode présentée généralise le solveur de Poisson d'ordre quatre utilisé pour la simulation d'un problème de reconnexion magnétique en dimension deux et présenté dans [2].
Contrairement à la plupart des schémas de raffinement de maillage adaptatif qui reposent sur des discrétisations en volumes finis, le raffinement centré sur les points permet d'utiliser efficacement l'interpolation et entraine un typage des points comme indiqué dans l'exemple ci-dessous.

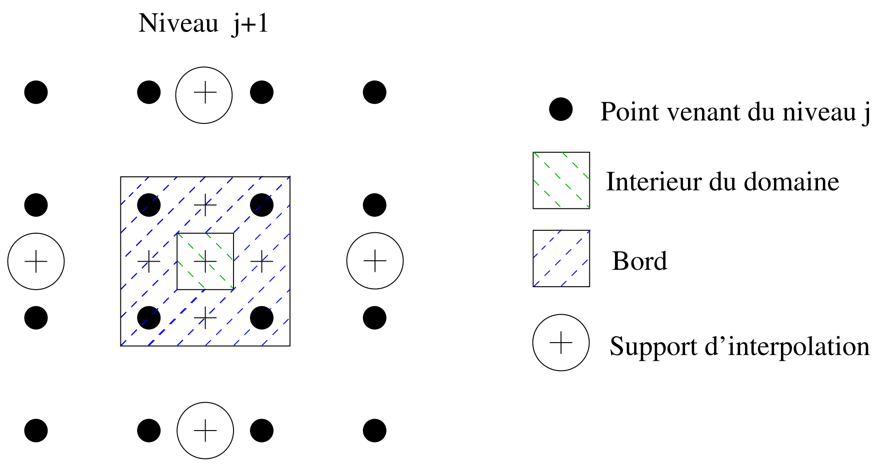

FIGURE 1 – Exemple de distribution de points avec leur type en lien avec l'interpolation d'ordre quatre.

[1] H. S. A. Gholami, D. Malhotra, G. Biros. *FFT, FMM, or Multigrid ? A comparative study of state-of-the-art poisson solvers for uniform and nonuniform grids in the unit cube.* SIAM J. Sci. Comput., **38(3)**, 2016.

[2] E. D. D. Del Sarto. *A multigrid AMR algorithm for the study of magnetic reconnection.* J. Comput. Phys., **351**, 511, 2017.

[3] E. Deriaz. *Compact finite difference schemes of arbitrary order for the Poisson equation in arbitrary dimensions.* BIT Numer. Math., **60**, 199, 2020.

[4] W. Hackbusch. *Multi-grid methods and applications.* book, 1985.

Contact : `erwan.deriaz@univ-lorraine.fr`