Une comparaison entre approches de type Hiérarchique de Poincaré-Steklov pour l'équation de Helmholtz à coefficients variables.

José Pablo LUCERO LORCA, University of Colorado Boulder - Boulder, CO, USA
Adrianna GILLMAN, University of Colorado Boulder - Boulder, CO, USA

Nous présentons deux solveurs pour la discrétisation Hiérarchique de Poincaré-Steklov 3D à coefficients variables. Une approche itératif utilise un solveur `GMRES` couplé avec un préconditionneur exact de type Jacobi par blocs. Le préconditionneur est construit en utilisant deux solveurs locaux imbriqués accélérés par homogénéisation locale. L'opérateur ainsi que le préconditionneur sont implémentés sans-matrice (*matrix-free*) et sur mémoire distribuée. Le solveur peut aborder des problèmes d'environ 50 longueurs d'onde sur chaque direction, qui nécessitent plus d'un milliard d'inconnues pour obtenir environ 7 chiffres de précision dans moins d'une heure [3].
Nous comparons avec une extension à 3D du solveur direct publié dans [2, 1]. La technique consiste de deux pas principaux après la discrétisation spectrale locale :

1. Des opérateurs qui représentent les conditions aux limites locales (Poincaré-Steklov) et les opérateurs de solution sont construits pour chaque sous-domaine, en commençant par les plus petits ("feuilles").
2. De façon hiérarchique, nous obtenons des nouveaux sous-domaines en "collant" des sous-domaines ensemble deux à la fois en imposant des conditions impédance-à-impédance (ItI) via les opérateurs de Poincaré-Steklov aux limites de chaque sous-domaine. La procédure est illustrée dans la Figure 1.

Solveurs locaux itératifs, compression de matrices et une discrétisation modifiée accélèrent la solution et réduisent l'empreinte mémoire.
Nous évaluons les deux approches et ses performances avec applications.

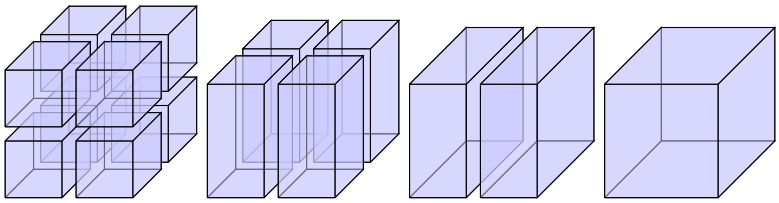

FIGURE 1 – Fusion de sous-domaines en 3D

[1] N. N. Beams, A. Gillman, R. J. Hewett. *A parallel shared-memory implementation of a high-order accurate solution technique for variable coefficient Helmholtz problems.* Computers & Mathematics with Applications, **79(4)**, 996–1011, 2020. doi :https ://doi.org/10.1016/j.camwa.2019.08.019.

[2] A. Gillman, A. H. Barnett, P.-G. Martinsson. *A spectrally accurate direct solution technique for frequency-domain scattering problems with variable media.* BIT Numerical Mathematics, **55(1)**, 141–170, 2015.

[3] J. P. Lucero Lorca, N. N. Beams, D. Beecroft, A. Gillman. *An iterative solver for the HPS discretization applied to three dimensional helmholtz problems.* arXiv, 2021.

Contact : `pablo.lucero@colorado.edu`