

## Ensemble Contrôlabilité

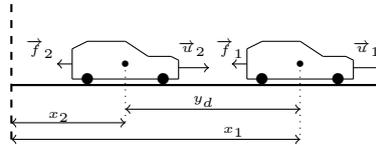
Baparou DANHANE, CRAN - Nancy      Jérôme LOHÉAC, CRAN - Nancy

Marc JUNGERS, CRAN - Nancy

Ces dernières années, la notion “d’ensemble contrôlabilité”[1][4] qui consiste à contrôler simultanément un grand nombre, potentiellement infini, d’états de systèmes à l’aide d’une unique commande a reçu un écho favorable auprès de la communauté scientifique à cause de son importance dans les applications. On peut par exemple imaginer une voiture qui se déplace avec une friction qui est proportionnelle à sa vitesse avec un coefficient de proportionnalité qui varie continuellement en fonction d’un paramètre.

De cette notion générique, de nombreuses autres notions ont émergé comme celle d’ensemble contrôlabilité uniforme [3], d’ensemble atteignabilité uniforme [2], d’ensemble  $L^q$ -atteignabilité [2]. Même si dans les références sus-mentionnées les auteurs ont donné des conditions nécessaires et ou suffisantes pour l’ensemble contrôlabilité de systèmes linéaires à temps invariant modélisés par  $\dot{x} = A(\theta)x + B(\theta)u$  où  $\theta$  est un paramètre vivant dans un compact  $K$  du plan, plusieurs questions restent cependant ouvertes. Par exemple la question d’ensemble contrôlabilité lorsque l’ensemble  $K$  est d’intérieur non vide est en toute généralité ouverte.

Il est à noter que dans toutes ces références, toutes les variables de l’état sont contrôlées. Mais dans certaines circonstances, contrôler toutes les variables peut ne pas être utile. Par exemple, considérons le mouvement de deux voitures données par la figure suivante :



où l’on suppose que les frictions  $f_i$  sont proportionnelles à la vitesse  $v_i$  des voitures avec des coefficients  $\alpha_i$  variants continuellement par rapport à un paramètre  $\theta$  vivant dans un certain sous-ensemble compact du plan complexe. Les variables  $u_1$  et  $u_2$  étant les forces motrices, indépendantes du paramètre. L’état de ce système contient au moins quatre variables qui sont les deux positions et les deux vitesses. Au lieu de “contrôler” l’état entier, ce qui pourrait être impossible, on pourrait, par exemple, vouloir “contrôler” la différence,  $y_d$ , entre les positions qui est une combinaison linéaire des variables d’état.

Ainsi, au lieu de considérer uniquement l’équation d’état  $\dot{x} = A(\theta)x + B(\theta)u$ ,  $\theta \in K$ , nous ajouterons une sortie  $y = C(\theta)x$  qui prend en compte les combinaisons entre les variables d’état et nous donnerons dans notre présentation quelques conditions nécessaires et ou suffisantes pour “l’ensemble contrôlabilité de la sortie” de ces systèmes.

## Références

- [1] X. Chen. Controllability issues of linear ensemble systems over multi-dimensional parameterization spaces. *arXiv preprint arXiv :2003.04529*, 2020.
- [2] G. Dirr and M. Schönlein. Uniform and  $l_q$ -ensemble reachability of parameter-dependent linear systems. *Journal of Differential Equations*, 283 :216–262, 2021.
- [3] J.-S. Li and N. Khaneja. Control of inhomogeneous quantum ensembles. *Physical review A*, 73(3) :030302, 2006.
- [4] J.-S. Li and J. Qi. Ensemble control of time-invariant linear systems with linear parameter variation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 61(10) :2808–2820, 2015.

Université de Lorraine, CNRS, CRAN, F-54000 Nancy, France

Contact: [baparou.danhane@univ-lorraine.fr](mailto:baparou.danhane@univ-lorraine.fr)