

Consistance et stabilité des schémas de Boltzmann sur réseau

Thomas BELLOTTI, CMAP, Ecole polytechnique - Palaiseau

Benjamin GRAILLE, Institut de Mathématique d'Orsay, Université Paris-Saclay - Orsay

Marc MASSOT, CMAP, Ecole polytechnique - Palaiseau

Les schémas de Boltzmann sur réseau s'appuient sur l'augmentation de la taille du problème cible afin de résoudre des EDPs de manière hautement parallélisable et efficace en utilisant une approche simplifiée cinétique, en appliquant successivement une étape dite de collision suivie d'un transport libre. Cette structure, au-delà des avantages manifestes d'un point de vue computationnel, n'est pas adaptée pour construire rigoureusement une notion de consistance par rapport aux équations ciblées et établir une notion de stabilité précise. Afin de palier ce manque et de mettre un cadre rigoureux, nous montrons dans ce travail que tout schéma de Boltzmann sur réseau peut se mettre sous la forme d'un schéma aux différences finies multi-pas sur les variables conservées. Pour cela, nous introduisons un formalisme adapté basé sur des opérateurs, de l'algèbre commutative et des polynômes [1]. La notion de consistance du schéma aux différences finies équivalent permet alors l'utilisation du théorème de Lax-Richtmyer dans le cas des schémas de Boltzmann sur réseau linéaires. Par ailleurs, nous montrons que l'analyse de stabilité linéaire à la von Neumann couramment utilisée pour les schémas de Boltzmann sur réseau correspond exactement à l'analyse de von Neumann sur le schéma aux différences finies équivalent. De manière générale, les outils d'analyse couramment utilisés pour les schémas aux différences finies seront dorénavant utilisables pour l'étude des schémas de Boltzmann sur réseau. Leur intérêt sera illustré par des expériences numériques.

[1] T. Bellotti, B. Graille, M. Massot. *Finite difference formulation of any lattice Boltzmann scheme*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03436896>, 2021.