Approximation de solutions d'équations elliptiques à fort contraste

Albert COHEN, LJLL - Paris **Matthieu DOLBEAULT**, LJLL - Paris
Agustin SOMACAL, LJLL - Paris

On s'intéresse aux solutions de l'EDP elliptique paramétrique $-\nabla \cdot a(y) \nabla u = f$ sur un domaine Ω, avec un coefficient de diffusion $a(y) = \sum_{j=1}^{d} y_j 1_{\Omega_j}$ constant par morceaux sur une partition $\{\Omega_1, \ldots, \Omega_d\}$ de Ω. Lorsque certains des paramètres y_j tendent vers l'infini, la solution $u(y)$ converge vers la solution d'un problème limite, qui est constante sur les sous-domaines Ω_j correspondants [3]. Dans le cadre de la réduction de modèle, par exemple pour la construction d'une base réduite pour approcher les solutions, on considère la classe

$$\mathcal{K} := \{u(y) : y \in [1, +\infty]^d\} \subset H_0^1(\Omega)$$

et l'on montre que ses épaisseurs de Kolmogorov

$$d_n(\mathcal{K}) := \inf_{\dim V_n = n} \sup_{u \in \mathcal{K}} \inf_{v \in V_n} \|u - v\|_{H_0^1(\Omega)}$$

décroissent selon

$$d_n(\mathcal{K}) \leq C n^{-1/2d},$$

avec C une constante dépendant de la partition $\{\Omega_j\}_{1 \leq j \leq d}$. Ce résultat est tiré de [2] et repose sur l'approche développée dans [1], qui consiste à approcher localement $y \mapsto u(y)$ par des séries de Taylor.

[1] M. Bachmayr, A. Cohen. *Kolmogorov widths and low-rank approximations of parametric elliptic pdes.* Mathematics of Computation, **86(304)**, 701–724, 2017.

[2] A. Cohen, M. Dolbeault, A. Somacal. *Reduced order modeling for elliptic problems with high contrast diffusion coefficients.* ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2022.

[3] V. V. Jikov, S. M. Kozlov, O. A. Oleinik. *Homogenization of differential operators and integral functionals.* Springer Science & Business Media, 2012.

Contact : `matthieu.dolbeault@sorbonne-universite.fr`