Schémas implicites semi-Lagrangiens pour la dynamique des gaz compressibles

Stéphane DEL PINO, CEA - CEA, DAM, DIF - F-91297 Arpajon

Bruno DESPRÉS, LJLL - LJLL - Paris

Alexiane PLESSIER, CEA, LJLL - CEA, DAM, DIF - F-91297 Arpajon, LJLL - Paris

Le but de ce projet est de travailler sur les interactions fluide-structure, en considérant une structure fine en formalisme Lagrangien. Pour approcher les équations traduisant le mouvement des fluides, on utilise traditionnellement des schémas explicites car ils sont plus faciles à implémenter. Par exemple [5] ou [4] peuvent être utilisés pour la partie fluide, et [2] ou [3] pour la partie élastique. Pour être stables, ces schémas satisfont une condition CFL. Dans le cas qui nous intéresse, l'épaisseur de la structure peut être très fine et la vitesse du son très grande. Il est donc nécessaire de prendre un pas de temps très petit et par conséquent, il est difficile d'obtenir de bons résultats numériques à faibles coûts. Pour remédier à ce problème, l'idée est d'utiliser des schémas implicites. Néanmoins, des difficultés techniques majeures apparaissent, notamment la difficulté de montrer que le schéma est bien défini (la solution au temps suivant existe et est unique). Durant cette présentation, nous proposons un schéma implicite non linéaire pour la partie hydrodynamique qui résout les équations d'Euler compressibles multi-D écrites en formalisme semi-Lagrangien. La présentation s'articule autour de trois points principaux. Premièrement, nous construisons et analysons un schéma implicite non linéaire basé sur la méthode de prédiction-correction [1]. La phase de prédiction résout les équations d'Euler isentropiques et la phase de correction correspond à la discrétisation des équations d'Euler avec conservation de l'énergie totale. Deuxièmement, nous démontrons la stabilité inconditionnelle du schéma implicite, voir [6], venant de la réécriture du problème sous la forme

$$\begin{cases} \text{Trouver } U \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n \text{ tel que} \\ \nabla J(U) = AU, \end{cases} \tag{1}$$

où U est le vecteur des inconnues, J une fonctionnelle convexe définie sur le domaine $\mathcal{D}$ et A une matrice antisymétrique de coefficients réels. Il sera précisé au cours de l'exposé sous quelles hypothèses le problème (1) admet une unique solution. Troisièmement, nous fournissons des résultats numériques attestant de la précision et de la robustesse de ce schéma implicite. Nous pourrons discuter par exemple de la sensibilité par rapport à l'augmentation du pas de temps, de l'utilisation d'un solveur explicite-implicite selon les parties du domaine, du coût de calcul par rapport au solveur acoustique explicite.

[1] C. Chalons, F. Coquel, C. Marmignon. *Time-implicit approximation of the multipressure gas dynamics equations in several space dimensions.* SIAM, **48**, 2010.

[2] G. Kluth, B. Després. *Discretization of hyperelasticity on unstructured mesh with a cell-centered lagrangian scheme.* Journal of Computational Physics, **224**, 2010.

[3] P.-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, R. Loubère, B. Rebourcet. *A nominally sceond-order cell-centered lagrangian scheme for simulating elastic-plastic flows on two-dimensional unstructured grids.* Journal Of Computational Physics, **235**, 2013.

[4] P.-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, J. Ovadia. *A cell-centered lagrangian scheme for compressible flow problems.* Siam, J. Sci. Comp., **29**, 2007.

[5] C. Mazeran. *Thèse : Sur la structure mathématique et l'approximation numérique de l'hydrodynamique lagrangienne bidimensionnelle*, 2007.

[6] A. Plessier, S. D. Pino, B. Després. *Implicit discretization of lagrangian gas dynamics.* HAL, 2021.

Contact : `alexiane.plessier@cea.fr`