Perfectly Matched Layers pour les équations de Maxwell ordre 2 en régime temporel

Antoine TONNOIR, LMI - Rouen
Théau COUSIN, LMI, Cerema ENDSUM - Rouen
Cyrille FAUCHARD, Cerema ENDSUM - Rouen **Christian GOUT**, LMI - Rouen

Dans ce poster nous nous intéressons à la résolution en régime temporel des équations de Maxwell d'ordre 2 pour un domaine d'étude non borné. Afin de restreindre la modélisation, nous proposons une formulation des Perfectly Matched Layers (PMLs) impliquant un nombre réduit de fonctions auxiliaires et ainsi une réduction du coût de calcul lors de l'implémentation. Cette formulation a été validée numériquement.

Théorème 1. *Les résultats sont présentés pour le cas en deux dimensions, la 3D sera discutée durant la présentation du poster. Nous considérons aucune source magnétique et la loi constitutive pour des matériaux linéaires. Les équations de Maxwell s'écrivent alors :*

$$\underline{\nabla} \times \mu^{-1} \nabla \times \underline{\mathcal{E}} + \partial_{tt}^2 \varepsilon \underline{\mathcal{E}} = \underline{\mathcal{S}}$$

Suite à un passage au régime harmonique, l'application des PMLs (changement de coordonnées $x \to L_x(x)x$ et $y \to L_y(y)y$, avec $L_t(t) = 1 - i\frac{d(t)}{\omega}$, $d(t) = \left(\frac{l \pm (t - t_\Gamma)}{l}\right)^2$, t_Γ étant la frontière dans la direction t et l la largeur des PMLs), l'écriture de deux variables auxiliaires et un retour au régime temporel, le résultat obtenu se présente sous la forme :

$$\begin{aligned} &\partial_{tt}^2 \underline{\tilde{\mathcal{E}}} + (d(x) + d(y))\, \partial_t \underline{\tilde{\mathcal{E}}} + d(x)d(y) \underline{\tilde{\mathcal{E}}} \\ &\quad + \underline{\nabla} \times \mu^{-1} \nabla \times \underline{\tilde{\mathcal{E}}} - \underline{\nabla} \times (\mathcal{P}_x + \mathcal{P}_y) = \underline{\mathcal{S}}, \end{aligned} \tag{1}$$

avec $\underline{\mathcal{P}}$ vérifiant :

$$\partial_t \underline{\mathcal{P}} - (d(x) - d(y)) \begin{bmatrix} \partial_y \tilde{\mathcal{E}}_x \\ \partial_x \tilde{\mathcal{E}}_y \end{bmatrix} + \underline{\underline{\mathcal{D}}}\, \underline{\mathcal{P}} = \underline{0}, \tag{2}$$

et $\underline{\underline{\mathcal{D}}} = \begin{bmatrix} d(y) & 0 \\ 0 & d(x) \end{bmatrix}$.

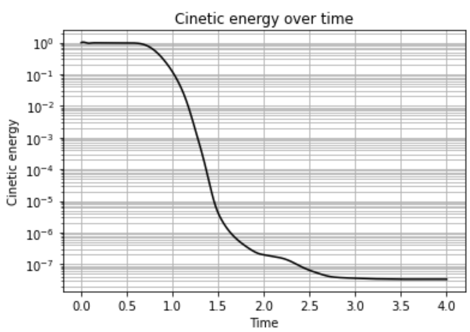

FIGURE 1 – Dissipation de l'énergie au cours du temps

Une discrétisation stable d'un tel système (1-2) n'est pas évidente et le schéma différences finies utilisé sera détaillé dans le poster. Sur la figure 1, nous avons représenté l'évolution en temps de l'énergie.

Contact : `theau.cousin@insa-rouen.fr`