Modèles de turbulence pour méthodes vortex semi-lagrangiennes

Marthe DE CROUY-CHANEL, Laboratoire M2N, CNAM - Paris
Chloé MIMEAU, M2N, CNAM - Paris **Iraj MORTAZAVI**, M2N, CNAM - Paris

La méthode utilisée dans ce travail est une méthode vortex semi-lagrangienne (ou remaillée) [2, 4] où l'écoulement est modélisé par les équations de Navier-Stokes incompressibles en formulation vorticité-vitesse. Le champs de vorticité $\boldsymbol{\omega}$ est discrétisé sur un ensemble de particules qui suivent la dynamique du système et sont convectées à la vitesse $\boldsymbol{u}$; les particules sont ensuite redistribuées (i.e. remaillées) sur une grille cartésienne sous-jacente et le stretching, la diffusion et l'équation de Poisson sont résolues sur celle-ci. Cette méthode a montré son efficacité pour de nombreux écoulements dans les régimes laminaires ou transitionnels [4] mais jusqu'ici elle a principalement été utilisée en DNS où chaque échelle d'espace et de temps est résolue. Dans ce contexte, le traitement d'écoulements turbulents avec une telle approche est trop coûteux et nécessite le développement de modèles de turbulence, adaptés aux méthodes vortex.
La méthode vortex semi-lagrangienne a montré ses propriétés peu dissipatives et peu dispersives, en particulier pour les grilles grossières, proposant ainsi des résultats fiables même en basse résolution. Ces propriétés en font une approche pertinente pour la simulation d'écoulements turbulents en LES où l'écoulement est sous-résolu et où l'on ajoute un modèle de sous-maille pour modéliser la diffusion induite par les petites échelles manquantes. Dans la formulation vorticité-vitesse, les équations de Navier-Stokes filtrées s'écrivent :

$$\partial_t \overline{\boldsymbol{\omega}} + (\overline{\boldsymbol{u}} \cdot \nabla)\overline{\boldsymbol{\omega}} - (\overline{\boldsymbol{\omega}} \cdot \nabla)\overline{\boldsymbol{u}} = \frac{1}{Re}\Delta\overline{\boldsymbol{\omega}} - \nabla \cdot \mathbf{R}$$
$$\Delta\overline{\boldsymbol{u}} = -\nabla \times \overline{\boldsymbol{\omega}}$$

où $\mathbf{R} = \overline{\boldsymbol{\omega} \otimes \boldsymbol{u}} - \overline{\boldsymbol{\omega}} \otimes \overline{\boldsymbol{u}} - (\overline{\boldsymbol{u} \otimes \boldsymbol{\omega}} - \overline{\boldsymbol{u}} \otimes \overline{\boldsymbol{\omega}}) = \mathbf{R}_C - \mathbf{R}_S$ est le tenseur de sous-maille à modéliser.
Dans la suite de travaux pioniers, mais peu nombreux, sur les modèles de turbulence pour méthodes vortex [3, 1], cette étude propose différents modèles de turbulence et les compare numériquement afin de déterminer les plus adaptés. Un modèle de base est $\mathbf{R} = -\nu_{SGS}(\nabla\overline{\boldsymbol{\omega}} + (\nabla\overline{\boldsymbol{\omega}})^T)$ [1]. Différents modèles pour le tenseur $\mathbf{R}$ et/ou la viscosité artificielle ν_{SGS} sont étudiés dans ce travail, en commençant par le modèle classique de Smagorinsky, connu pour être trop dissipatif. Pour remédier à ce défaut, la stratégie de Hughes de ne se concentrer que sur les plus petites des échelles résolues, le modèle dynamique de Germano où le coefficient du modèle est adapté dynamiquement en temps et en espace et des approches plus récentes comme le modèle sélectif introduit par Chapelier sont explorés et adaptés au contexte présent. La performance des modèles en terme de précision et de coût de calcul sera comparée à des DNS sur des cas tests tel que le tourbillon de Taylor-Green ou la turbulence homogène isotrope (THI). En plus de ces modèles classiques, de nouvelles approches spécifiquement dérivées pour la méthode vortex seront exposées. Dans la suite de [3], l'importance relative des termes $\mathbf{R}_C$ (convection de sous-maille) et $\mathbf{R}_S$ (stretching de sous-maille) du tenseur $\mathbf{R}$ sera évaluée par des tests a priori. Leur corrélation avec différents modèles de turbulence sera aussi étudiée.

[1] R. Cocle, L. Dufresne, G. Winckelmans. *Investigation of multiscale subgrid models for les of instabilities and turbulence in wake vortex systems.* In *Complex Effects in Large Eddy Simulations*, 2007.

[2] G.-H. Cottet, P. D. Koumoutsakos. *Vortex Methods : Theory and Practice.* Cambridge University Press, 2000. doi :10.1017/CBO9780511526442.

[3] J. R. Mansfield, O. M. Knio, C. Meneveau. *A Dynamic LES Scheme for the Vorticity Transport Equation : Formulation and a PrioriTests.* Journal of Computational Physics, **145(2)**, 693–730, 1998. doi :10.1006/jcph.1998.6051.

[4] C. Mimeau, I. Mortazavi. *A review of vortex methods and their applications : From creation to recent advances.* Fluids, **6**, 68, 2021.

Contact : `marthe.de-crouy-chanel@lecnam.net`